

Traitement de l'Information et Simulation
Premier semestre M_2 Recherche - Physique

Arnaud CHAPON (chapon@etudiant.unicaen.fr)

4 janvier 2008



Table des matières

1	Introduction	3
2	Mise en équation et modélisation	5
2.1	L'orbite de Jupiter	5
2.1.1	Méthode d'Euler	6
2.1.2	Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4	7
2.2	Les orbites de la Terre et de Toutatis	8
3	Probabilité de collision et conséquences	14
3.1	Probabilité de collision entre Toutatis et la Terre	14
3.2	Conséquences d'un impact de Toutatis sur la Terre	15
4	Naissance d'un géocroiseur et résonances	17
5	Pertinence de la modélisation	21
6	Conclusion	22

1 Introduction

Toutatis est un astéroïde d'environ 4.6 kilomètres dans sa plus grande longueur sur 2,4 km de large, découvert presque par hasard, le 4 janvier 1989, par un astronome français, Christian Pollas, dont l'étude portait sur des plaques photographiques des satellites de Jupiter (figure 1.1).



FIG. 1.1 – Plaque photographique mettant en évidence la présence de l'astéroïde Toutatis (figurant par un trait blanc, sur cette image)

Toutatis compte parmi le millier d'astéroïdes de plus d'un kilomètre de diamètre pouvant affecter gravement le climat terrestre en cas de collision. En effet, une collision de l'astéroïde avec la Terre soulèverait d'immenses nuages de poussière qui replongeraient la Terre dans une longue période glaciaire.

Aussi, en raison du danger potentiel que représente l'astéroïde, la trajectoire de Toutatis a longuement été étudiée et est désormais particulièrement bien connue (figure 1.2).

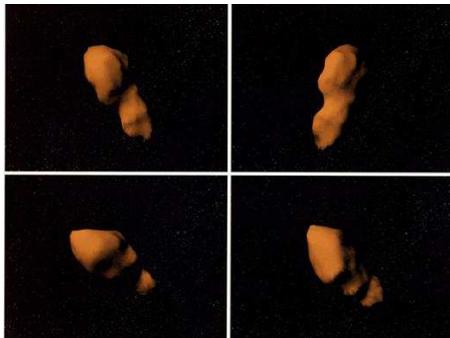


FIG. 1.2 – Modèle numérique de l'astéroïde Toutatis

Il est su que l'astéroïde évolue d'une région située entre la Terre et Vénus jusqu'à la ceinture d'astéroïdes située entre Mars et Jupiter. Et, contrairement à celle de la plupart des astéroïdes connus, son orbite se confond pratiquement avec l'écliptique : Toutatis évolue donc quasiment sur le même plan que les planètes, ce qui constitue un facteur de collision accru.

A ce titre, l'astéroïde Toutatis est particulièrement surveillé par la NASA¹.

Le but de ce travail est, dans un premier temps, de simuler les trajectoires de Toutatis et de la Terre, afin d'estimer le risque de collision entre ces deux corps.

¹National Aeronautics and Space Administration (Administration nationale de l'aéronautique et de l'espace)

Toutatis est par définition un géocroiseur ou NEA² de la famille des Apollos. En effet, un géocroiseur est, au sens strict, un corps dont l'orbite traverse la mince bande circulaire où s'inscrit l'orbite elliptique de la Terre. Les astéroïdes de la catégorie des Appolos (du nom du premier astéroïde découvert appartenant à cette catégorie), sont des géocroiseurs dont l'orbite est plus large que celle de la Terre, mais dont la distance minimale au Soleil est inférieure à 1.067 unités astronomiques³, ce qui est bien le cas de Toutatis.

Le principal pourvoyeur de géocroiseur est la ceinture d'astéroïdes, située entre Mars et Jupiter (figure 1.3). Il existe, dans la ceinture d'astéroïdes, des sites nommés résonances, où la période des corps célestes est dans un rapport simple avec la période orbitale d'une planète. Les résonances 3 :1 et 5 :2 avec Jupiter sont les plus importantes.

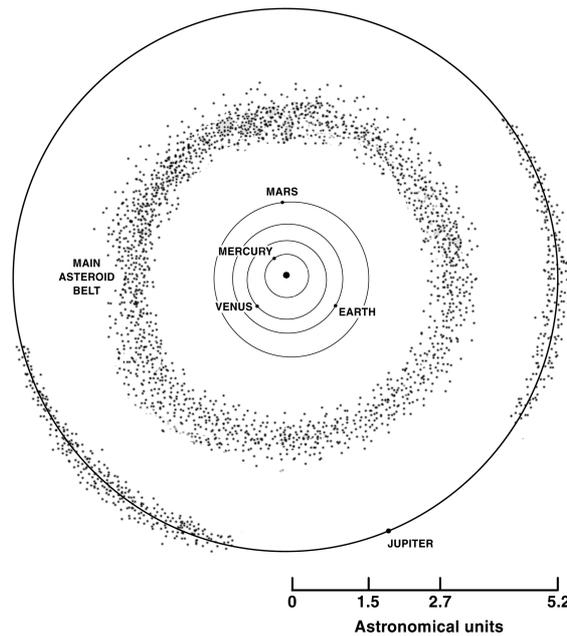


FIG. 1.3 – Schéma du système solaire interne, jusqu'à l'orbite de Jupiter faisant apparaître les orbites des planètes internes et la ceinture d'astéroïdes

Si Jupiter expulse la plupart des corps par fronde gravitationnelle, il arrive que la Terre les arrache aux résonances et les transforme en géocroiseurs.

La distribution de géocroiseurs présente un pic dans la direction du Soleil, où les observations sont rendues impossibles, depuis la Terre, à cause du contre-jour. Aussi, les prédictions obtenues seront, dans un deuxième temps, étendues à tout astéroïde en résonance avec Jupiter, ayant un rayon orbital compris entre celui de Mercure et de Jupiter.

Enfin, pour conclure ce travail, seront étudiées les trajectoires de tout astéroïde appartenant à la ceinture d'astéroïdes, et présentant des résonances 3 :1 ou 5 :2 avec Jupiter.

Ainsi, l'étude menée couvrira l'origine d'un géocroiseur tel que Toutatis, les régions de l'espace qu'il est susceptible de peupler, et le risque de collision qu'il présente avec la planète Terre.

²Near-Earth Asteroid (Astéroïde proche de la Terre)

³Borne supérieure de l'orbite de la Terre

2 Mise en équation et modélisation

En première approximation, le Système Solaire est composé du Soleil, fixe en repère galiléen, autour duquel gravitent seulement :

- la Terre
- l'astéroïde Toutatis
- Jupiter

dans le même plan.

Aussi, il est considéré que seuls Jupiter et le Soleil agissent sur la trajectoire de Toutatis. En effet, bien que près de 1000 fois inférieure à la masse du Soleil, la masse de Jupiter reste plus de 3 fois supérieure à celle de Saturne, deuxième planète la plus lourde du Système Solaire, et cette approximation s'en trouve justifiée.

Enfin, il est supposé, ici, que les planètes obéissent à la physique Newtonnienne. Leur mouvement est donc gouverné par la relation fondamentale de la dynamique :

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (1)$$

2.1 L'orbite de Jupiter

La force gravitationnelle liant Jupiter au Soleil est de la forme suivante :

$$\vec{F}_{\odot \rightarrow J} = -G_N \frac{M_{\odot} M_J}{|\vec{r}_J|^3} \vec{r}_J$$

avec :

$$\begin{aligned} G_N &= 6.673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \\ M_{\odot} &= 1.9889 \cdot 10^{30} \text{ kg} \\ M_J &= 1.8988 \cdot 10^{27} \text{ kg} \\ r_J &= 7.1492526 \cdot 10^7 \text{ m} \end{aligned}$$

où M_{\odot} , M_J et r_J sont respectivement la masse du Soleil, la masse de Jupiter et le rayon de l'orbite de Jupiter. Le Soleil est arbitrairement considéré à l'origine du repère spatial. G_N est la constante gravitationnelle.

Par application de la relation fondamentale de la dynamique (équation (1)), Jupiter obéit au système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} -G_N \cdot M_{\odot} \cdot M_J \cdot \frac{r_J}{|\vec{r}_J|^3} = M_J \frac{d\vec{v}_J}{dt} \\ \vec{v}_J = \frac{d\vec{r}_J}{dt} \end{cases}$$

Il est ainsi obtenu un système de quatre équations différentielles couplées, de dimension 1.

Pour résoudre un tel système, une méthode courante consiste à modéliser ces quatre paramètres par un vecteur de dimension 4. C'est ce qui est fait ici, et il est défini le vecteur \vec{y} , tel que :

$$\vec{y} \implies \begin{pmatrix} y_0 = x_J \\ y_1 = y_J \\ y_2 = v_{x_J} \\ y_3 = v_{y_J} \end{pmatrix}$$

2.1.1 Méthode d'Euler

Le développement de Taylor au premier ordre de chaque paramètre s'écrit :

$$y_i(t + \Delta t) = y_i(t) + \frac{\delta y}{\delta t} dt + \mathcal{O}(t) \quad (2)$$

où $f_{y_i} = \frac{\delta y}{\delta t}$ est appelée "fonction d'évolution du paramètre i ", et est définie, pour chaque paramètre, par :

$$\begin{aligned} f_{y_0} &= y_2 \\ f_{y_1} &= y_3 \\ f_{y_2} &= -\frac{G_N M_\odot}{|\vec{r}_J|^3} y_0 \\ f_{y_3} &= -\frac{G_N M_\odot}{|\vec{r}_J|^3} y_1 \end{aligned}$$

L'algorithme le plus simple permettant la résolution numérique d'une équation différentielle est la méthode d'Euler, basée sur les considérations mathématiques ci-dessus (équation (2)). Cette méthode présente des résultats d'autant meilleurs que le pas d'intégration δt est étroit.

C'est ce qu'illustre la figure 2.1.

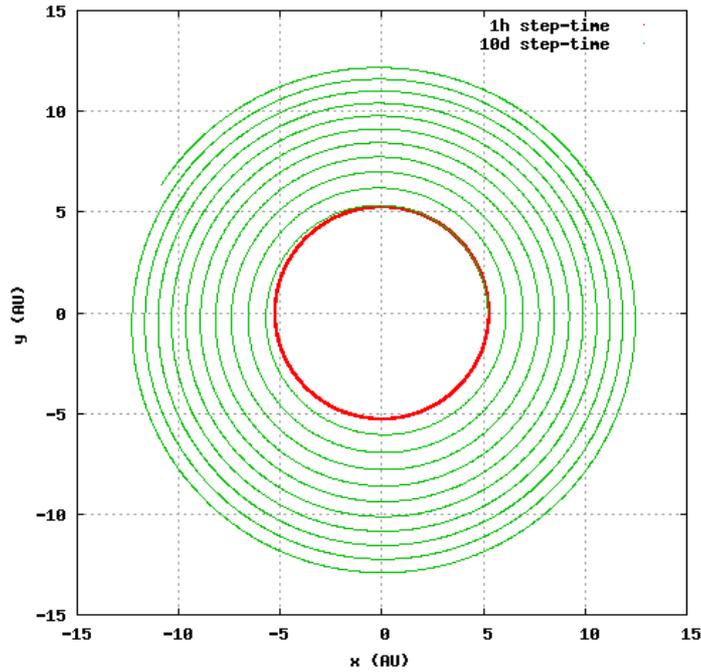


FIG. 2.1 – Trajectoire de Jupiter, calculée par la méthode d'Euler, sur une période de 300 ans, avec des pas de 1 heure et 10 jours

Pour vérifier la pertinence de ces résultats, il peut être judicieux de calculer, à chaque instant de la trajectoire de Jupiter autour du Soleil, l'énergie totale du système, les lois de la physique en imposant la conservation.

L'expression mathématique de l'énergie totale du système est :

$$\begin{aligned}
E_{tot} &= E_{cin} + E_{pot} \\
&= \frac{M_J v^2}{2} - \frac{G_N M_\odot}{r_J}
\end{aligned}$$

La figure 2.2 est ainsi obtenue.

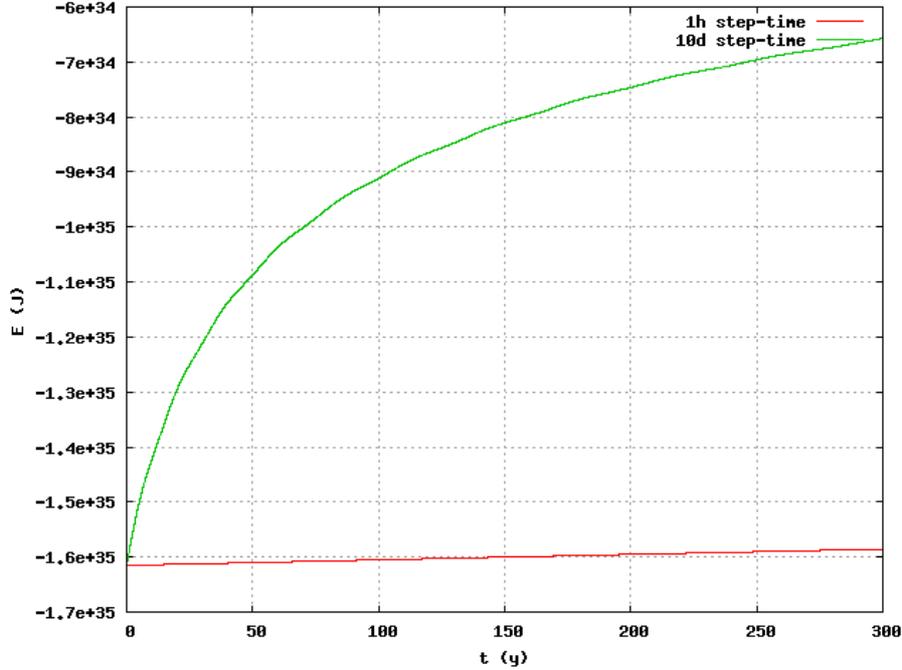


FIG. 2.2 – Energie du système, calculée par la méthode d’Euler, sur une période de 300 ans, avec des pas de 1 heure et 10 jours

Il apparaît que l’énergie diverge, avec un pas d’intégration, court à l’échelle astronomique, de 10 jours. Il en est de même, moins rapidement, avec un pas de 1 heure. Ceci interdit l’utilisation de la méthode d’Euler pour le calcul de la trajectoire de Jupiter, d’autant qu’un pas d’intégration δt étroit multiplie le temps de calcul. Il est donc nécessaire de recourir à un algorithme plus complexe : la méthode de Runge-Kutta.

2.1.2 Méthode de Runge-Kutta d’ordre 4

En effet, la méthode de Runge-Kutta d’ordre 4 (notée RK4) évalue plusieurs étapes intermédiaires et exploite une combinaison linéaire de ces différents calculs afin d’atteindre une précision à l’ordre 4. Les formules appliquées sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
k_1 &= h \times f_{y_i}(t, y_i) \\
k_2 &= h \times f_{y_i}\left(t + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right) \\
k_3 &= h \times f_{y_i}\left(t + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right) \\
k_4 &= h \times f_{y_i}(t + h, y_i + k_3)
\end{aligned}$$

$$y_i(t + \Delta t) = y_i(t) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) + \mathcal{O}(h^5)$$

où les f_{y_i} sont les fonctions d'évolution, telles qu'elles ont été définies lors de l'utilisation de la méthode d'Euler.

La mise en place de cet algorithme permet d'atteindre une meilleure précision sur la trajectoire de la planète, sans diminuer le pas d'intégration, et donc, en conservant un temps de calcul raisonnable.

En effet, après 20 périodes de rotation de Jupiter autour du Soleil, un décalage de quelques mètres, seulement, est observé avec la position initiale de Jupiter, ce qui est une erreur faible, à l'échelle astronomique.

Le graphe de la figure 2.3 représente la trajectoire de Jupiter, calculée sur 300 ans, avec un pas de 10 jours, en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

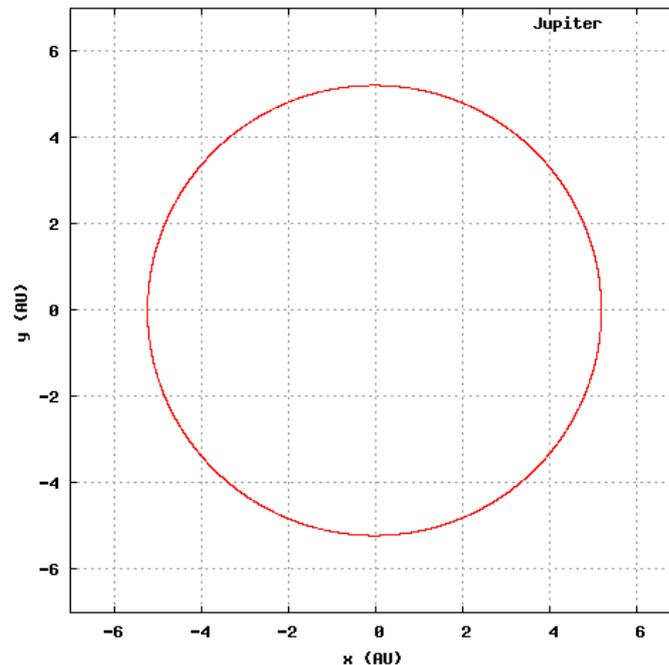


FIG. 2.3 – Trajectoire de Jupiter, calculée par la méthode RK4, sur une période de 300 ans, avec un pas de 10 jours

La conservation de l'énergie totale du système est bien vérifiée, par l'utilisation de cette méthode, comme le montre la figure 2.4.

2.2 Les orbites de la Terre et de Toutatis

Reste maintenant à compléter le système mis en place en y insérant la planète Terre et l'astéroïde Toutatis. C'est le but de cette section.

Comme il a été arbitrairement décidé avec Jupiter, la Terre et Toutatis sont également initialement placés avec une abscisse correspondant au rayon de la trajectoire de l'astre autour du Soleil et une ordonnée nulle. Ainsi, tous les astres sont initialement en alignement parfait et animés d'une vitesse normale à la demie-droite ainsi dessinée.

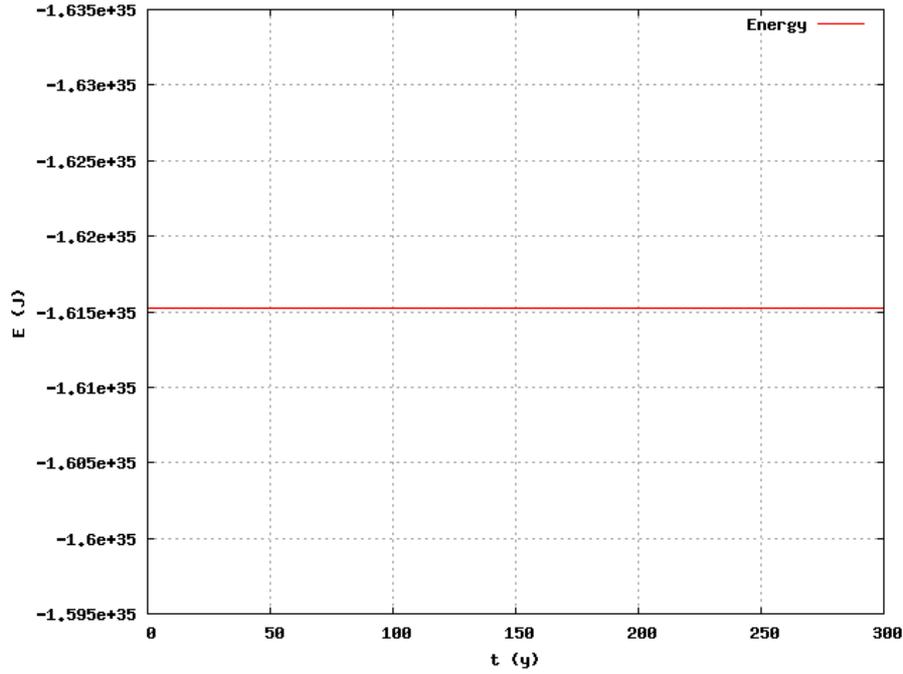


FIG. 2.4 – Energie du système, calculée par la méthode RK4, sur une période de 300 ans, avec un pas de 10 jours

Les forces gravitationnelles prépondérantes qui s'appliquent sur chacun des astres sont de la forme suivante :

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\odot \rightarrow J} &= -G_N \frac{M_{\odot} M_J}{|\vec{r}_J|^3} \vec{r}_J \\ \vec{F}_{\odot \rightarrow E} &= -G_N \frac{M_{\odot} M_E}{|\vec{r}_E|^3} \vec{r}_E \\ \vec{F}_{\odot \rightarrow A} &= -G_N \frac{M_{\odot} M_A}{|\vec{r}_A|^3} \vec{r}_A \\ \vec{F}_{J \rightarrow A} &= -G_N \frac{M_J M_T}{|\vec{r}_J - \vec{r}_A|^3} (\vec{r}_J - \vec{r}_A)\end{aligned}$$

où les grandeurs d'indices J, E et A sont respectivement propres à Jupiter, la Terre et Toutatis. G_N est la constante gravitationnelle.

Les forces appliquées par la Terre et Toutatis sur les autres astres sont négligées, ainsi que l'influence de Jupiter sur la Terre, et l'influence de chacune des planètes sur le Soleil.

La prise en compte de ces forces aurait impliqué de compléter le Système Solaire construit ici en y ajoutant les autres planètes, dont l'influence ne serait alors plus négligeable devant les variations provoquées par les forces citées ci-dessus. Ces dernières sont donc négligées, afin de ne pas alourdir la charge de calcul ; le but de ce travail n'étant pas de simuler l'évolution du Système Solaire dans sa globalité.

Les trajectoires des astres, dans ces conditions, sont représentées par la figure 2.5, où le calcul est effectué sur 2000 ans, avec un pas de 10 jours, en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

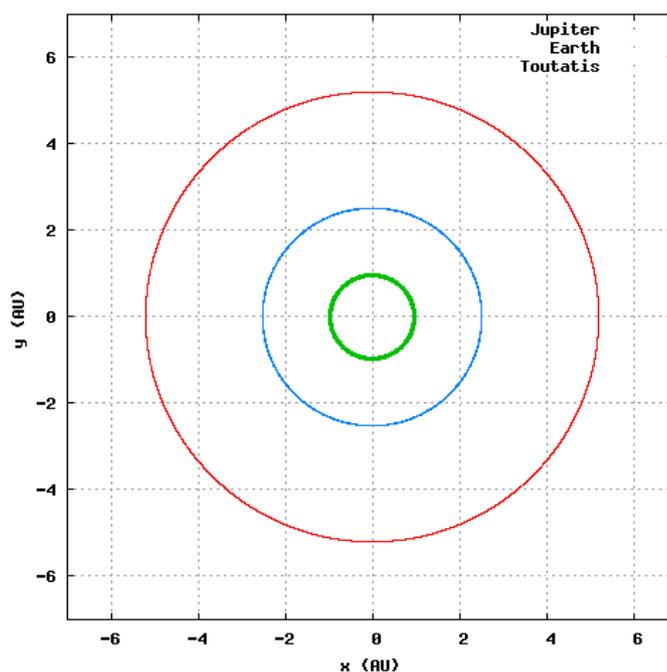


FIG. 2.5 – Trajectoires de Jupiter, la Terre et Toutatis, calculées par la méthode RK4, sur une période de 2000 ans, avec un pas de 10 jours

La pertinence de ce résultat est vérifiée en déterminant l'évolution de l'énergie du système sur cette période. Ceci est représenté par la figure 2.6.

Il est à noter un léger affaissement de l'énergie, en forme d'escalier. Cette variation trouve ses origines plus dans l'accumulation des arrondis numériques que dans les équations physiques, ce qui permet de valider l'utilisation de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 pour la résolution du système d'équations différentielles auquel est soumis le système considéré.

Toutefois, une prédiction sur des temps trop longs est dégradée par ces erreurs machine et il sera judicieux d'évaluer jusqu'à quel point cette méthode est fiable. C'est ce qui est traité dans la partie 5.

Si les conditions initiales sont effectivement celles considérées ici, la trajectoire de l'astéroïde est stable, sur plus de 500000 ans, ce qui est contraire aux observations spatiales.

Ceci est dû au fait que l'astéroïde ne peut pas être modélisé par une trajectoire circulaire. En effet, son excentricité (par ailleurs égale à 0 pour un cercle) vaut 0.635. A titre comparatif, les valeurs des excentricités des planètes considérées sont données par le tableau 2.1.

Planète	Terre	Jupiter
Excentricité	0.0167	0.0484

TAB. 2.1 – Excentricité des planètes en jeu

Il est donc nécessaire d'animer Toutatis d'une vitesse telle que l'attraction de Jupiter et du Soleil rendent sa trajectoire elliptique et remplisse les observations expérimentales.

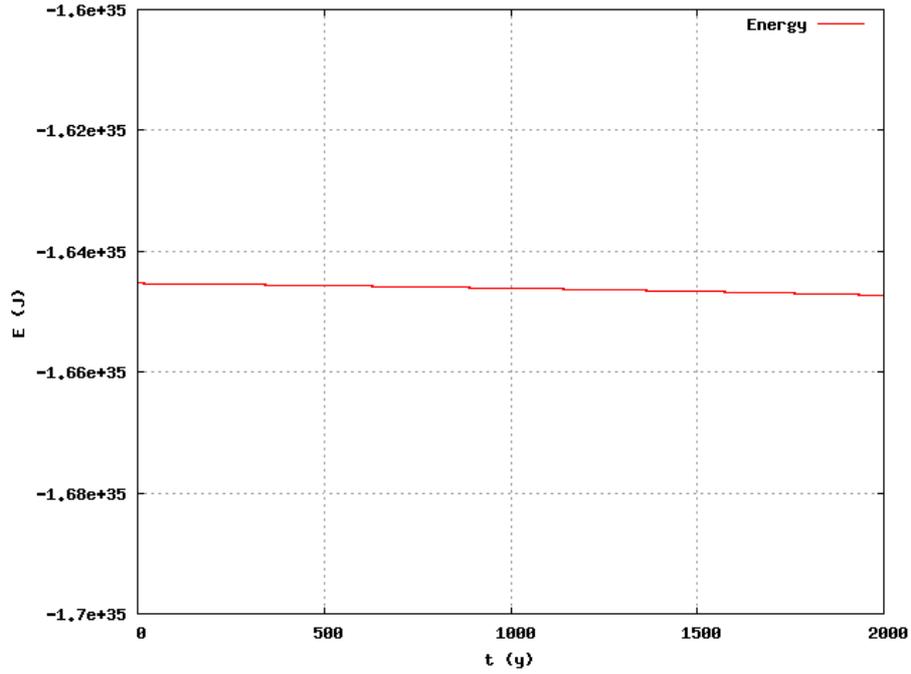


FIG. 2.6 – Energie du système, calculée par la méthode RK4, sur une période de 2000 ans, avec un pas de 10 jours

Le graphique 2.7 représente les distances minimales et maximales de Toutatis au Soleil en fonction de la vitesse initiale de l'astéroïde, ainsi que son temps de révolution autour du Soleil. Cette vitesse est choisie suivant (0y), et Toutatis est initialement en alignement avec le Soleil, la Terre et Jupiter, à une distance de 4.124 unités astronomiques, correspondant son aphélie.

Les conditions initiales permettant de rendre compte des observations spatiales sont telles que l'aphélie, la périhélie et la période de Toutatis sont respectées. Pour ce faire, Toutatis doit être animé d'une vitesse initiale de 8800 m.s^{-1} . Cette valeur est confirmée par le graphique 2.8, qui constitue un "zoom" de la zone d'intérêt.

Le tableau 2.2 dresse un comparatif des valeurs observées expérimentalement et des valeurs obtenues par simulation, avec la méthode RK4.

Grandeur	Valeur observée	Valeur simulée
Aphélie (UA)	4.124	4.127
Périhélie (UA)	0.921	0.907
Période (jours)	1463.14	1466.57

TAB. 2.2 – Comparatif des principales propriétés de la trajectoire de Toutatis

Le choix d'une position initiale de 4.124 unités astronomiques pour Toutatis se justifie par le fait que c'est lorsque Toutatis, Jupiter et le Soleil sont alignés que l'attraction subie par Toutatis la rap-

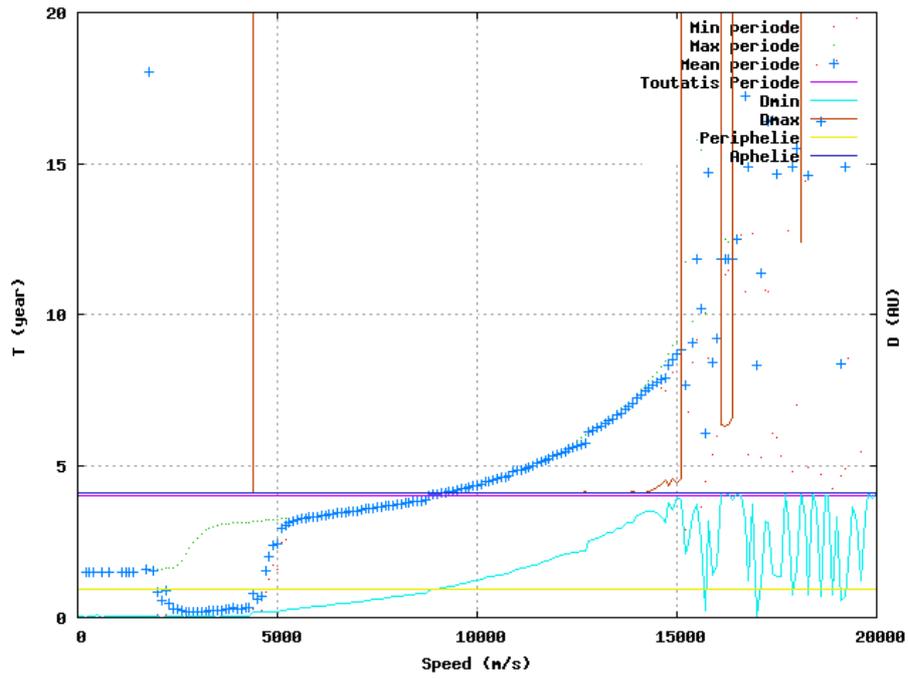


FIG. 2.7 – Distances minimales et maximales entre le Soleil et Toutatis, et période de Toutatis en fonction de sa vitesse initiale

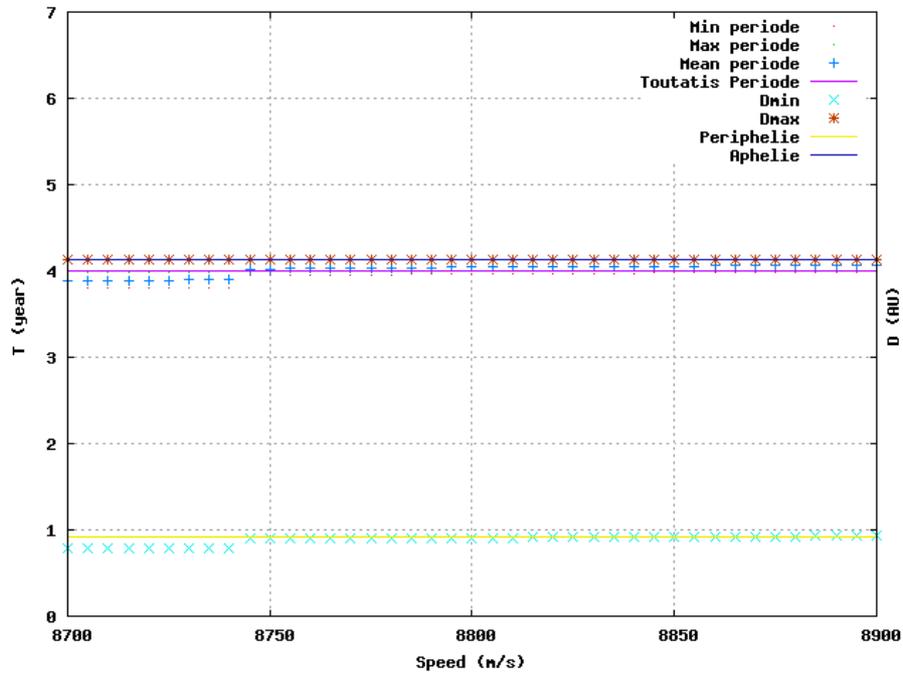


FIG. 2.8 – Distances minimales et maximales entre le Soleil et Toutatis, et période de Toutatis en fonction de sa vitesse initiale

proche le plus de Jupiter. La position de périhélie correspond à la même condition d'alignement, mais où Toutatis se situe de l'autre côté du Soleil, par rapport à Jupiter. Les attractions cumulées de Jupiter et du Soleil rapprochent alors l'astéroïde de l'étoile.

Les propriétés de la trajectoire de Toutatis sont ainsi respectées, à près de 1% près.

3 Probabilité de collision et conséquences

3.1 Probabilité de collision entre Toutatis et la Terre

Maintenant que les trajectoires des trois astres d'intérêt sont décrites de manière satisfaisante, il reste à déterminer la probabilité de collision entre la Terre et Toutatis. Pour ce faire, il n'est pas suffisant de déterminer au bout de combien d'années un impact est possible, avec les conditions initiales choisies.

En effet, il est erroné de prétendre qu'une collision au bout de x années corresponde à la probabilité de collision recherchée. Il est donc nécessaire de calculer un temps moyen entre deux collisions. Pour ce faire, il est nécessaire de déterminer un compromis entre une statistique suffisante d'impacts et un temps de calcul raisonnable.

Ainsi, il est choisi de simuler la trajectoire de Toutatis durant un million d'années terrestres. Onze impacts sont ainsi relevés, comme en témoigne la figure 3.1, qui fait également apparaître les orbites des astres d'intérêt, à la suite de chaque collision.

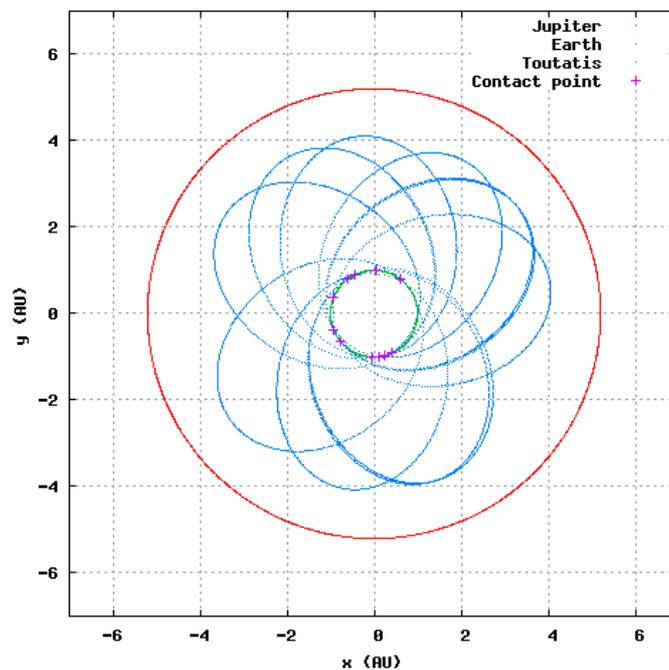


FIG. 3.1 – Impacts de Toutatis avec la Terre

La figure 3.1 a été obtenue avec un pas de 350 secondes ; ce pas, très court, se justifie par :

- le fait qu'un temps d'intégration court favorise considérablement la stabilité du système ;
- le fait que ce temps est le temps minimum nécessaire à l'astéroïde pour parcourir une distance égale au rayon terrestre. Il est ainsi sûr que toute collision est relevée.

La trajectoire de Toutatis semble dessiner une ellipse qui tourne autour du Soleil, placé à un foyer. Il est possible de mesurer la période de révolution de l'ellipse. Toutatis met 23185 ans avant que sa trajectoire ne se superpose à sa trajectoire d'origine, soit 5788 périodes.

Le tableau 3.1 récapitule les dates des impacts, le temps écoulé depuis l'impact précédent et la vitesse relative de l'astéroïde et de la planète Terre.

Date de l'impact (années)	Temps depuis l'impact précédent (années)	Vitesse relative des deux astres (m/s)
76438	-	10601.7
93146	16708	8592.9
274904	181758	8549.5
377254	102350	11436.7
416572	39318	10798.2
477299	60727	11776.3
478483	1184	8185.6
609322	130839	8496.2
650320	40998	9506.5
900605	250285	8099.0
941757	41152	8686.5

TAB. 3.1 – Liste des impacts survenus en un million d'années

Le temps moyen entre deux collisions est voisin de 86500 ans.

Il est bien sûr évident que le premier impact qui surviendrait entre Toutatis et la Terre serait aussi le seul car l'astéroïde serait ensuite détruit.

Maintenant qu'il est établi qu'un tel impact pourrait avoir lieu, il est intéressant d'estimer ses conséquences pour la planète Terre et la vie qu'elle abrite. C'est là le but de la section 3.2

3.2 Conséquences d'un impact de Toutatis sur la Terre

En se référant au tableau 3.1, il est facile de calculer l'énergie cinétique relative des deux astres. Il suffit en effet d'utiliser la relation :

$$E = \frac{1}{2}M_A v_r^2$$

où $M_A = 5.10^{13}kg$ est la masse de l'astéroïde.

La magnitude d'un séisme provoqué par un tel impact est donné par la relation approchée :

$$M = 0.67 \log(E) - 4.47$$

Le tableau 3.2 est ainsi construit.

Pour comparaison, le séisme de 2004, en Asie, avait une amplitude sismique à peine supérieur à 9 sur l'échelle de Richter ; l'énergie dégagée par la bombe atomique de Hiroshima était voisine de 8.3×10^{13} J, soit 30 millions de fois plus faible qu'un tel impact !

Date de l'impact (années)	Vitesse relative des deux astres (m/s)	Energie cinétique relative ($\times 10^{21}$ J)	Magnitude du séisme provoqué
76438	10601.7	2.81	10.12
93146	8592.9	1.85	9.99
274904	8549.5	1.83	9.99
377254	11436.7	3.27	10.16
416572	10798.2	2.92	10.13
477299	11776.3	3.47	10.18
478483	8185.6	1.68	9.96
609322	8496.2	1.80	9.98
650320	9506.5	2.26	10.05
900605	8099.0	1.64	9.96
941757	8686.5	1.89	10.00

TAB. 3.2 – Puissance des impacts relevés

4 Naissance d'un géocroiseur et résonances

Comme il a été évoqué dans l'introduction, la plupart des astéroïdes géocroiseurs proviennent de la ceinture d'astéroïdes, dont la largeur s'étend de 2.0 à 3.5 unités astronomiques, environ, comme en témoigne la figure 1.3, page 4. Il est considéré que l'astéroïde Toutatis provient effectivement de cette région.

Un corps céleste dont la position initiale varie entre les deux valeurs extrêmes de la largeur de la ceinture d'astéroïdes est pris pour référence. Il est animé d'une vitesse initiale verticale, orientée dans le sens trigonométrique, et telle que sa période corresponde à une résonance. La figure 4.1 représente les distances minimales et maximales entre le Soleil et cet objet, en résonance 3 :1 avec Jupiter.

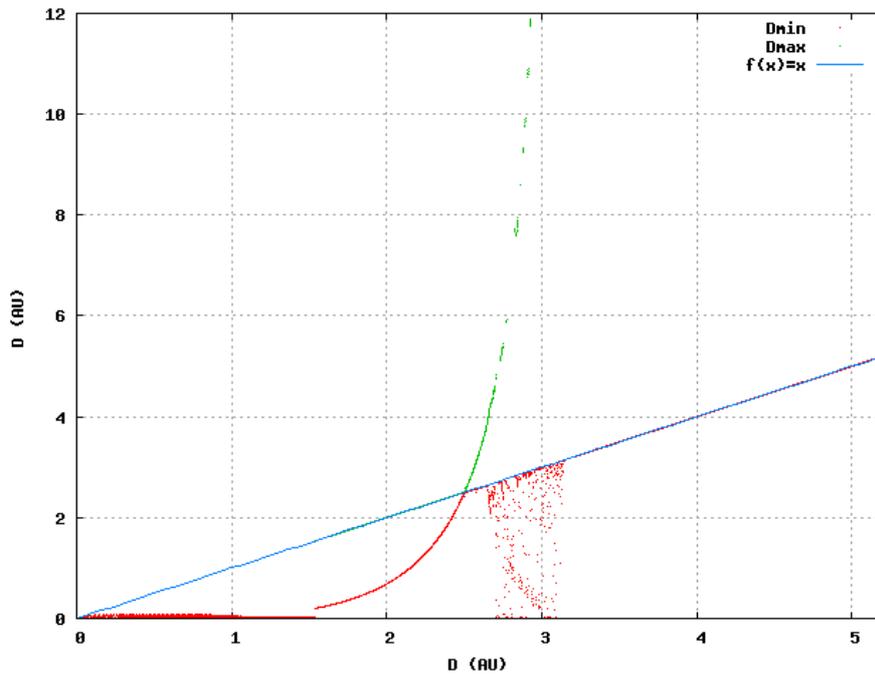


FIG. 4.1 – Distances minimales et maximales entre le Soleil et un objet céleste en résonance 3 :1 avec Jupiter

Il apparaît des zones où la distance maximale diverge, correspondant à des astéroïdes ayant quitté le Système Solaire, par suite d'une fronde gravitationnelle avec Jupiter.

A certaines distances initiales de l'astéroïde, il apparaît, de plus, des distances minimales d'approche inférieures à une unité astronomique. Les astéroïdes issus de ces régions sont donc des géocroiseurs.

Ainsi, les géocroiseurs en résonance 3 :1 avec Jupiter ont une position initiale comprise entre 2.7 et 3.1 unités astronomiques du Soleil. Ils proviennent donc effectivement de la ceinture d'astéroïdes. Reste à vérifier si ces astéroïdes restent en résonance. La figure 4.2 représente la période de révolution d'un astéroïde dont la vitesse initiale est telle qu'il soit en résonance 3 :1 avec Jupiter, en fonction de sa position initiale.

Les graphiques 4.1 et 4.2 montrent qu'un astéroïde en résonance 3 :1 avec Jupiter gravite à 2.55 ± 0.05 unités astronomiques du Soleil et reste en résonance 3 :1. Cette valeur confirme l'aspect de la figure 2.5, et donne la position de stabilité d'un astéroïde en résonance 3 :1 avec Jupiter.

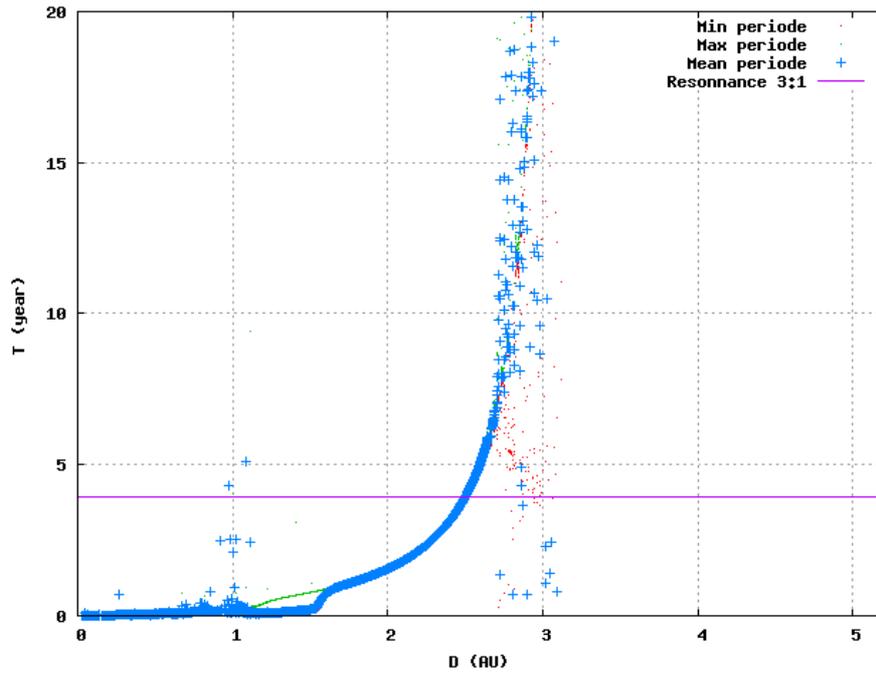


FIG. 4.2 – Période d'un objet céleste initialement en résonance 3 :1 avec Jupiter

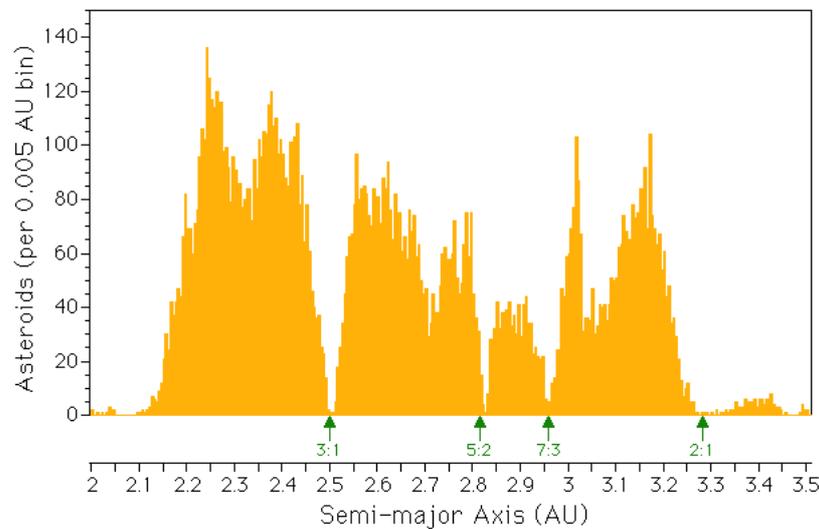


FIG. 4.3 – Distribution des astéroïdes en fonction du demi-grand axe à l'intérieur du coeur de la ceinture (NASA)

Les valeurs pointées sur la figure 4.3 désignent les lacunes de Kirkwood, où les effets de résonance orbitale avec Jupiter déstabilisent les orbites des petits corps qui pourraient s'y trouver. La valeur de résonance 3 :1 pointée est aussi en accord avec les graphiques 4.1 et 4.2.

Le même travail peut être effectué sur la résonance 5 :2. Les graphiques 4.4 et 4.5 sont ainsi obtenus.

Ainsi, il est déterminé qu'un astéroïde en résonance 5 :2 avec Jupiter gravite à 2.85 ± 0.05 unités

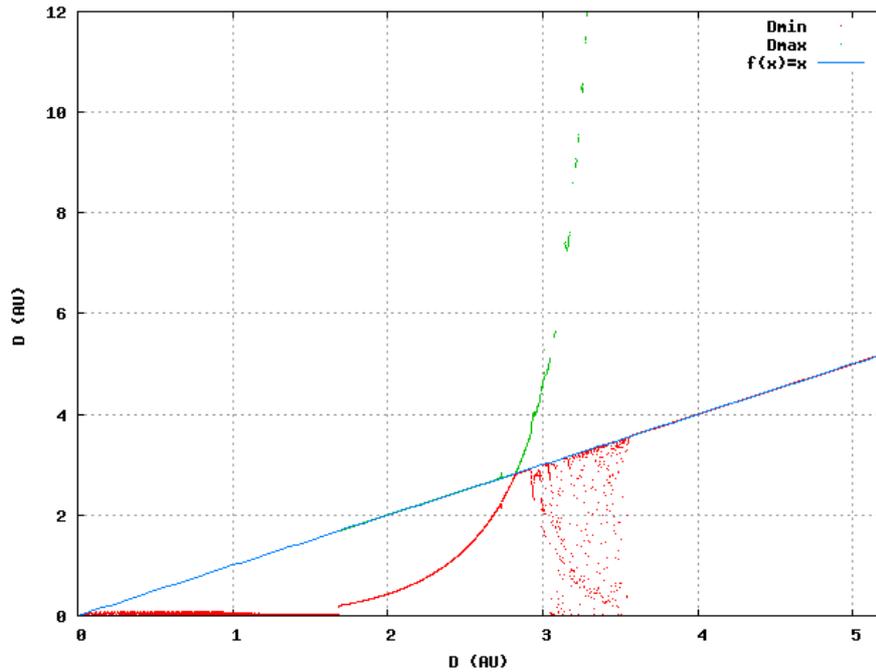


FIG. 4.4 – Distances minimales et maximales entre le Soleil et un objet céleste en résonance 5 :2 avec Jupiter

astronomiques du Soleil et reste en résonance 5 :2. C'est bien là la valeur pointée sur la figure 4.3.

Il apparaît que les géocroiseurs en résonance 5 :2 avec Jupiter ont une position initial plus éloignée du Soleil, comprise entre 3.0 et 3.5 unités astronomiques.

Une étude systématique des différentes résonances permet ainsi de déterminer les régions de la ceinture d'où proviennent les astéroïdes potentiellement menaçant pour la planète Terre.

En effet, d'autres résonances sont relevées, notamment les résonances 4 :1, 7 :3 et 2 :1 avec Jupiter, correspondant chacune à une région de la ceinture d'astéroïdes, donc particulièrement peuplées.

Comme le révèlent les graphiques 4.1 et 4.4, il est à noter que certains géocroiseurs provenant de la ceinture d'astéroïdes ont des distances d'approche inférieures à une unité astronomique. Ils gravitent donc dans une région située entre le Soleil et la Terre, rendant leur observation impossible du fait du contre-jour.

Ces astéroïdes constituent la famille des Aten, du nom du premier membre découvert.

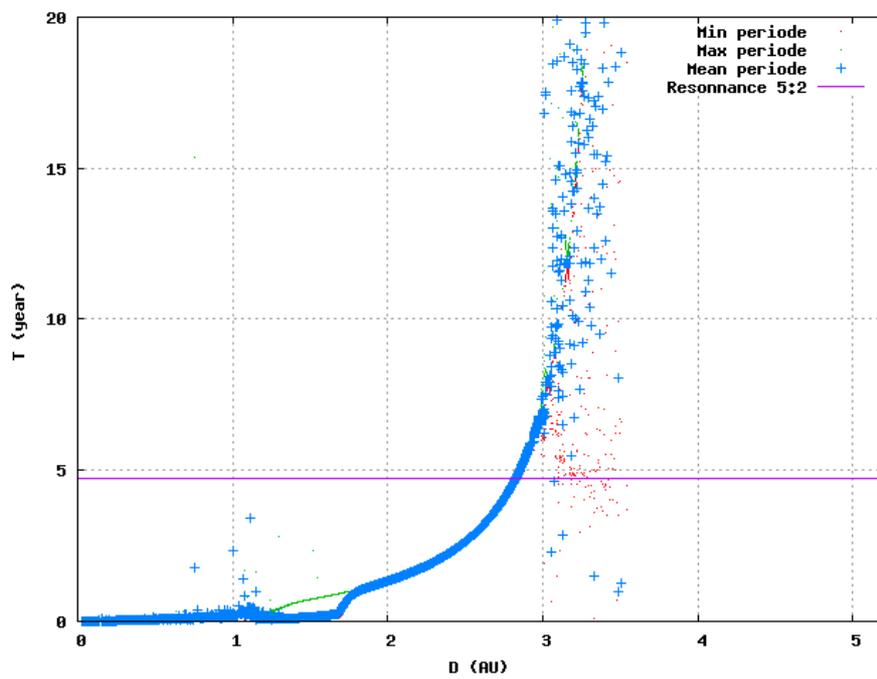


FIG. 4.5 – Période d'un objet céleste initialement en résonance 5 :2 avec Jupiter

5 Pertinence de la modélisation

Toutes les grandeurs pertinentes qui ont été obtenues par les simulations menées sont en accord avec les observations expérimentales et les lois physiques.

Il est donc autorisé de supposer que la propagation d'erreurs systématiques n'est pas suffisante pour mettre en défaut ce programme, dans la limite de l'utilisation qui en est faite ici.

Il est bien sûr évident qu'une étude sur des temps plus longs pourrait faire diverger le système, voire le rendre chaotique.

De plus, l'emploi de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 pourrait s'avérer insuffisante pour des pas d'intégration trop longs.

Ces erreurs ont-elles été évitées dans ce programme, étant donnés les petits intervalles de temps utilisés entre deux calculs et le court temps global de la simulation.

Reste maintenant à discuter de la validité de l'algorithme mis en place.

En effet, il a été considéré que, le Soleil mis à part, seule Jupiter influe sur Toutatis. Toute autre interaction ayant été négligée. Il a déjà été discuté que cette approximation était rendue valable du fait de la masse prépondérante de la planète par rapport aux autres membres du système solaire.

En revanche, l'inclinaison des planètes par rapport au plan dans lequel évolue la Terre autour du Soleil n'a pas été pris en compte.

La trajectoire de Jupiter est en effet inclinée de 1.305° par rapport à ce plan, et celle de Toutatis, de 0.45° . Bien que ces inclinaisons soient faibles, il est évident que l'inclinaison de la trajectoire de Toutatis a une influence considérable sur la probabilité de collision avec la Terre, qui s'en trouve considérablement réduite.

Il aurait été nécessaire de prendre en compte cet argument géométrique dans les calculs de probabilité de collision, pour aboutir à un travail plus complet et rigoureux.

Enfin, il est à noter que si une étude probabiliste des collisions est maintenant assez bien comprise, il est beaucoup plus compliqué d'estimer la date à laquelle un impact entre un astéroïde donné et la Terre pourrait avoir lieu.

En effet, cette dernière estimation supposerait de qualifier complètement la trajectoire de l'astéroïde d'intérêt, ce qui est rendu très difficile par le fait, notamment, que les mesures astronomiques ne sont précises "que" d'une quinzaine de kilomètres, et, comme il a déjà été évoqué, une légère variation des conditions initiales est susceptible d'influer considérablement sur la trajectoire d'un corps céleste.

Les graphiques 4.1 et 4.4 sont là pour le rappeler.

Ainsi, les résultats obtenus par cette étude sont extrêmement *fragiles* et doivent être pris avec beaucoup de réserve.

6 Conclusion

La plupart des géocroiseurs sont aujourd'hui connus et répertoriés, mais tous ne le sont pas...

Le programme LINEAR⁴, constitué de deux télescopes de un mètre de diamètres, au Nouveau-Mexique, a permis de découvrir environ un millier de géocroiseurs.

Le recensement s'estime aujourd'hui à 70% des géocroiseurs de diamètre supérieur à un kilomètre de diamètre.

Comme il a été démontré dans la partie 4, tous les géocroiseurs ne sont pas observables depuis la Terre. La distribution d'astéroïdes géocroiseurs présente un pic dans la direction du Soleil, où les observations sont rendues impossibles du fait du contre-jour.

Le fait de transporter le programme d'observation LINEAR sur Mercure aurait vraisemblablement rendu possible la détection de 95% des géocroiseurs de plus d'un kilomètre.

Le projet EUNEOS⁵ consiste à installer un télescope spatial de trente centimètres de diamètre en orbite entre Mercure et Vénus.

Son principal objectif serait de recenser 80% des objets potentiellement dangereux, d'une dimension pouvant aller jusqu'à quelques centaines de mètres. On estime que cet objectif pourrait être atteint en 5 ans. Le renouvellement systématique de l'observation de ces objets permettrait d'en déterminer l'orbite de façon très précise.

Le coût d'un tel dispositif n'excède pas 150 millions d'euros ; une somme dérisoire face à la catastrophe que provoquerait l'impact d'un astéroïde. De plus, ceci permettrait une grande avancée dans la connaissance du système solaire.

⁴Lincoln Near-Earth Asteroid Research

⁵European NEO Survey from Space

Table des figures

1.1	Plaque photographique mettant en évidence la présence de l'astéroïde Toutatis (figurant par un trait blanc, sur cette image)	3
1.2	Modèle numérique de l'astéroïde Toutatis	3
1.3	Schéma du système solaire interne, jusqu'à l'orbite de Jupiter faisant apparaître les orbites des planètes internes et la ceinture d'astéroïdes	4
2.1	Trajectoire de Jupiter, calculée par la méthode d'Euler, sur une période de 300 ans, avec des pas de 1 heure et 10 jours	6
2.2	Energie du système, calculée par la méthode d'Euler, sur une période de 300 ans, avec des pas de 1 heure et 10 jours	7
2.3	Trajectoire de Jupiter, calculée par la méthode RK4, sur une période de 300 ans, avec un pas de 10 jours	8
2.4	Energie du système, calculée par la méthode RK4, sur une période de 300 ans, avec un pas de 10 jours	9
2.5	Trajectoires de Jupiter, la Terre et Toutatis, calculées par la méthode RK4, sur une période de 2000 ans, avec un pas de 10 jours	10
2.6	Energie du système, calculée par la méthode RK4, sur une période de 2000 ans, avec un pas de 10 jours	11
2.7	Distances minimales et maximales entre le Soleil et Toutatis, et période de Toutatis en fonction de sa vitesse initiale	12
2.8	Distances minimales et maximales entre le Soleil et Toutatis, et période de Toutatis en fonction de sa vitesse initiale	12
3.1	Impacts de Toutatis avec la Terre	14
4.1	Distances minimales et maximales entre le Soleil et un objet céleste en résonance 3 :1 avec Jupiter	17
4.2	Période d'un objet céleste initialement en résonance 3 :1 avec Jupiter	18
4.3	Distribution des astéroïdes en fonction du demi-grand axe à l'intérieur du coeur de la ceinture (NASA)	18
4.4	Distances minimales et maximales entre le Soleil et un objet céleste en résonance 5 :2 avec Jupiter	19
4.5	Période d'un objet céleste initialement en résonance 5 :2 avec Jupiter	20

Liste des tableaux

2.1	Excentricité des planètes en jeu	10
2.2	Comparatif des principales propriétés de la trajectoire de Toutatis	11
3.1	Liste des impacts survenus en un million d'années	15
3.2	Puissance des impacts relevés	16